

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۳۰:۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۸۵	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	فواصل زیر را ساده کنید و جواب را روی محور نشان دهید. الف) $(-۲, ۳) \cap [۰, ۵)$ ب) $[-۱, ۳) \cup (۲, ۴]$	۱
۲	دو تابع f, g روی اعداد حقیقی به صورت $f(x) = x^2 - ۲$ ، $g(x) = \sqrt{x-1}$ تعریف شده اند. ابتدا ضابطه $\frac{f}{g}$ و سپس دامنه $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.	۱/۲۵
۳	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \geq 1 \\ 1-2x & x < 1 \end{cases}$ را رسم کنید ، سپس حاصل $f(f(-۱))$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۴	دامنه تابع $f(x) = ۳ \cot ۲x$ را تعیین کنید.	۰/۵
۵	مقدار k را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-1} & x \geq 1 \\ ۲k+x & x < 1 \end{cases}$ در $x=1$ دارای حد باشد.	۱/۲۵
۶	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin ۲x}{x + \sin ۳x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-۲}{(x-1)^3}$ د) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - ۳x + 1}{1-x}$ ه) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x-4]}{x-4}$ و) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{۲x^2 - ۳x - ۲}{x^2 + x - ۶}$	۵/۵
۷	مقادیر a, b را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} ax + \frac{ x-1 }{x-1} & x \geq 1 \\ ۳ & x = 1 \\ bx^2 + x + ۲ & x < 1 \end{cases}$ پیوسته باشد.	۱/۵
۸	فاصله پیوستگی $f(x) = \sqrt{4-2x} + ۳$ را به صورت بازه بنویسید.	۰/۷۵
۹	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x-1$ را به ازاء $x=۲$ و $\Delta x = ۰/۲$ به دست آورید.	۰/۷۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

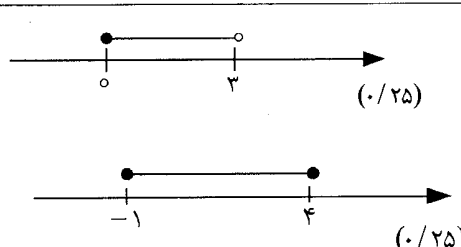
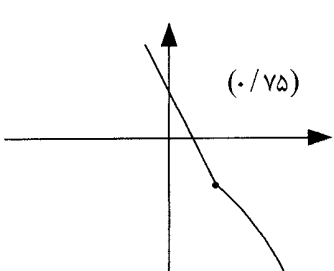
باسمه تعالی

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۳۰ : ۱۰ صبح	رشته : علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۸۵		سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $f(x) = \cos \sqrt{x^2 + 1} + \tan 3x$ (الف) $g(x) = \frac{(x^3 - 1)^2}{2x + 4}$ (ب) $h(x) = x \sqrt[3]{x^2} + 5x$ (ج)	۲/۲۵
۱۱	معادله خط قائم بر منحنی $y = x^3 + x^2 - 1$ را در نقطه ای به طول یک واقع بر منحنی به دست آورید.	۱
۱۲	تابع $y = ax^3 + bx + 2$ مفروض است. ضرایب a و b را چنان بیابید که $A(1, 0)$ نقطه می نیمم تابع باشد.	۱
۱۳	جهت تغییرات و نمودار $y = 2x^3 + x$ را رسم کنید.	۲
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)	رشته : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره										
۱	<p>الف) $(-۲, ۳) \cap [۰, ۵) = [۰, ۳)$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $[-۱, ۳) \cup (۲, ۴] = [-۱, ۴]$ (۰/۲۵)</p> 	۱										
۲	<p>$D_f = R$ (۰/۲۵) $\frac{f}{g}(x) = \frac{x^2 - 2}{\sqrt{x-1}}$ (۰/۲۵)</p> <p>$D_g = \{x x \geq 1\} = [1, +\infty)$ (۰/۲۵)</p> <p>$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x g(x) = 0\} = R \cap [1, +\infty) - \{1\} = (1, +\infty)$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵										
۳	 <table border="1" data-bbox="973 1097 1308 1232"> <tr> <td>x</td> <td>۰</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>-۱</td> <td>-۴</td> </tr> </table> <p>$f(f(-1)) = f(۳) = -۹$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	x	۰	$\frac{1}{2}$	۱	۲	y	۱	۰	-۱	-۴	۱/۲۵
x	۰	$\frac{1}{2}$	۱	۲								
y	۱	۰	-۱	-۴								
۴	<p>$۲x \neq k\pi$ (۰/۲۵) $\rightarrow x \neq \frac{k\pi}{۲}$ (۰/۲۵)</p>	۰/۵										
۵	<p>$\lim_{x \rightarrow 1^-} ۲k + x = ۲k + 1$ (۰/۲۵) و $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{۲}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\Rightarrow \frac{1}{۲} = ۲k + 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k = \frac{-1}{۴}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵										
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»											

باسمه تعالی

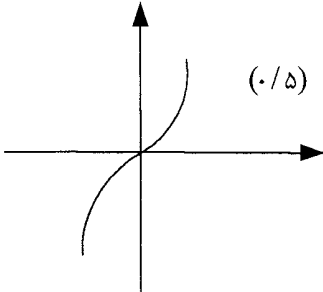
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)	رشته : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})}{(x - 1)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x - 1)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x + \sqrt{x}} = \frac{1}{2}$ (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x}{x} - \frac{\sin 2x}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{\sin 2x}{x}} = \frac{1 - 2}{1 + 2} = \frac{-1}{3}$ (./۵) (./۲۵) (./۲۵)</p> <p>ج) $\frac{-2}{0^+} = -\infty$ (./۲۵) (./۲۵)</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{-1} = \begin{cases} -\infty & \text{for } x \rightarrow +\infty \\ +\infty & \text{for } x \rightarrow -\infty \end{cases}$ (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵)</p> <p>ه) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x] - 4}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{+3 - 4}{4^- - 4} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$ (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵)</p> <p>و) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x + 1)(x - 2)}{(x - 2)(x + 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 1}{x + 3} = \frac{5}{5} = 1$ (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵)</p>	۵/۵
۷	<p>شرط پیوستگی $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ (./۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^+} ax + \frac{ x-1 }{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} ax + \frac{(x-1)}{x-1} = a + 1$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} bx^2 + x + 2 = b + 1 + 2$ و $f(1) = 3$ (./۲۵)</p> <p>(./۲۵) (./۲۵)</p> <p>$\Rightarrow a + 1 = b + 3 = 3 \Rightarrow a = 2, b = 0$ (./۲۵) (./۲۵)</p>	۱/۵
۸	<p>$4 - 2x \geq 0 \rightarrow x \leq 2$ (./۲۵) (./۲۵)</p> <p>فاصله پیوستگی $= (-\infty, 2]$ (./۲۵)</p>	۰/۷۵
۹	<p>$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{f(2 + 0.2) - f(2)}{0.2} = \frac{1/2 - 1}{0.2} = 1$ (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵)</p>	۰/۷۵
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)	رشته : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																		
۱۰	$\text{الف) } -\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} \sin\sqrt{x^2+1} + 3(1+\tan^2 3x) \quad \text{ب) } \frac{2 \times (2x+4)(3x^2)(x^3-1) - 2(x^3-1)^2}{(2x+4)^2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $\text{ج) } \sqrt[3]{x^2} + \frac{2x}{3\sqrt[3]{x}} + 5 \quad (۰/۷۵)$	۲/۲۵																		
۱۱	$f'(x) = 3x^2 + 2x \quad (۰/۲۵) \rightarrow f'(1) = m = 5 \rightarrow m' = \frac{-1}{5} \quad (۰/۲۵)$ $x=1 \rightarrow y=1 \quad (۰/۲۵) \quad y-1 = \frac{-1}{5}(x-1) \quad (۰/۲۵) \quad y = \frac{-1}{5}x + \frac{6}{5}$	۱																		
۱۲	$A(1, 0) \in \text{منحنی} \Rightarrow 0 = a + b + 2 \rightarrow a + b = -2 \quad (۰/۲۵)$ $y' = 3ax^2 + b \Rightarrow 0 = 3a + b \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} a + b = -2 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases} \quad (۰/۵)$	۱																		
	$y' = 6x^2 + 1 = 0 \quad (۰/۵) \quad \text{اکیداً صعودی}$ $y'' = 12x = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \text{نقطه عطف} \quad (۰/۵)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">\nearrow -3</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">\nearrow 0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">\nearrow 3</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <div style="text-align: right;">  </div>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		+		+		y	$-\infty$	\nearrow -3	\nearrow 0	\nearrow 3	$+\infty$	۲
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'		+		+																
y	$-\infty$	\nearrow -3	\nearrow 0	\nearrow 3	$+\infty$															
۲۰	جمع نمره																			

مصححین محترم لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.

با تشکر